

३. घट-बढ़ और सन्निकटन

नाप-जोख में कभी-कभी अड़चनें आ जाती हैं। इन्हें दूर करने के कुछ तरीके हमने पिछले पाठ में सीखे। अब यह देखना है कि इन तरीकों द्वारा प्राप्त नाप कहाँ तक सही होते हैं। आओ, एक उदाहरण लेकर इस बात को समझा जाए।

घट-बढ़

जिस मेज़ पर तुम काम करते हो उसकी लम्बाई एक पैमाने से दस बार नापो और हर बार नापी हुई लम्बाई लिखते जाओ। (१)

क्या तुम्हारे सभी नाप बिलकुल समान हैं? क्या तुम बता सकते हो कि इन नापों में घट-बढ़ होने की सम्भावना क्यों है? (२)

वैज्ञानिक सदैव एक नाप को कई बार लेते हैं। इससे उन्हें यह पता चल जाता है कि उनके नाप कहाँ तक सही हैं। आओ, सभी विद्यार्थी अध्यापक की मेज़ की लम्बाई बारी-बारी से नापें और अपने नापों को श्यामपट पर लिखते जाएँ। इन नापों को तुम अपनी अभ्यास-पुस्तिका में भी लिखो। (३)

क्या सभी विद्यार्थियों को एक ही परिणाम मिला? इस परिणामों में कई कारणों से अंतर हो सकता है। क्या तुम कोई कारण बता सकते हो? (४)

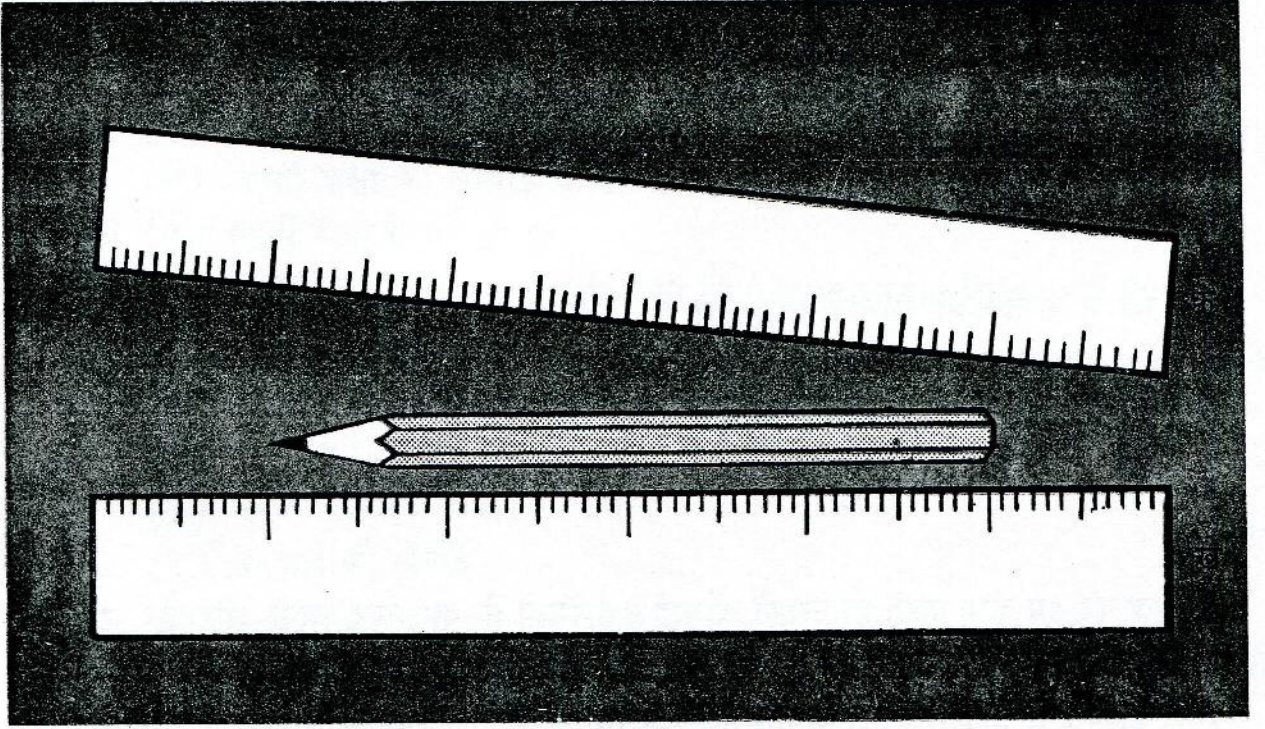
क्या तुम्हारे विचार में सभी विद्यार्थियों को एक ही परिणाम मिलना चाहिए था? क्या उनके नापों को देखकर बता सकते हो कि कौन से नाप सही नहीं लगते? (५)

अपने पिछले प्रयोगों के आधार पर विभिन्न नापों में घट-बढ़ होने के कुछेक कारण तुम स्वयं सोच सकते हो। हो सकता है कि मेज़ की ऊपरी सतह बीच में झुकी हो या वक्र रेखा के समान टेढ़ी-मेढ़ी हो। यदि ऐसा है तो धागे या डिवाइडर का उपयोग अधिक उचित होगा, परंतु इसमें कुछ अन्य परेशानियाँ सामने आएँगी। यह भी हो सकता है कि पैमाना सीधा न हो या वह खर की भाँति खिंचता हो। और, यदि मिलिमीटर के निशान बराबर दूरी पर अंकित न हों तो भी पैमाना सही माप नहीं बताएगा।

यह भी सम्भव है कि तुम्हारे कुछ साथियों ने अवलोकन लेने में लापरवाही कर दी हो।

तुमने पहले भी देखा है कि जब वस्तुएँ पास-पास सटाकर न रखी जा सकें तो उनकी लम्बाई की तुलना करना बहुत कठिन होता है। चित्र-१० में एक पेंसिल व दो पैमाने रखे दिखाए गए हैं।

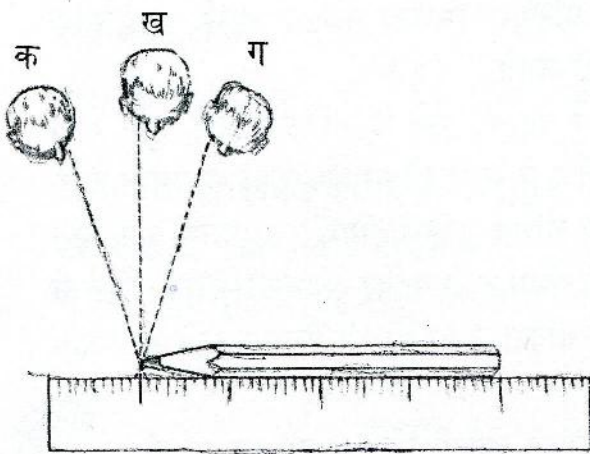
इन दोनों में से कौन-सा पैमाना ('क' या 'ख') पेंसिल की सही लम्बाई मालूम करने के लिए अधिक उपयुक्त स्थिति में है? (६)



चित्र-१०

चित्र- ११ में पैमाने के साथ सटाकर रखी पेंसिल को तीन विभिन्न स्थितियों से देखा जा रहा है। सही पाठ्यांक प्राप्त करने के लिए 'क', 'ख' और 'ग' में से कौन-सी स्थिति ठीक है? (७)

अब तक तुम समझ गए होंगे कि सही नाप के लिए वस्तु, पैमाने तथा प्रेक्षक की स्थितियों का अपना-अपना महत्व है।



चित्र-११

यदि कोई नाप अन्य नापों से बहुत ही अधिक भिन्न हो तो उसको गलत माना जा सकता है। सही नाप लगभग एक से होने चाहिए। सही व गलत नापों की पहचान के लिए हम इसी तरीके का उपयोग करेंगे।

आओ, एक उदाहरण द्वारा सही व गलत नापों की पहचान करना सीखें। ग्यारह विद्यार्थियों को रबर की एक नली की लम्बाई नापने को कहा गया। उन्होंने नीचे दी हुई लम्बाइयाँ लिखीं :

(१) २७.६ से० मी०	(७) २७.८१ से० मी०
(२) २७.८	(८) ३७.७ से० मी०
(३) २७.७ से० मी०	(९) २७.६३ से० मी०
(४) २७.५८ से० मी०	(१०) ३०.० से० मी०
(५) २७.७	(११) २७.६८ से० मी०
(६) २७.७ से० मी०	

इनमें दो अवलोकन अधूरे लिखे गए हैं। क्या तुम उन्हें पहचान सकते हो ? (८)

तुम देखोगे कि दो विद्यार्थियों ने यह नहीं लिखा कि नापी हुई लम्बाई से० मी० में है या मि० मी० में, अथवा किसी और इकाई में। हम यह अनुमान लगा सकते हैं कि इन दो अवलोकनों में भी दूरियाँ से० मी० में ही होंगी। इस भूल-सुधार के बाद हम उन्हें सही अवलोकन मान सकते हैं।

उपर्युक्त पाठ्यांकों को देखने पर यह स्पष्ट है कि उनमें से नौ का मान २७.५८ से० मी० से लेकर २७.६८ से० मी० के बीच है। बाकी दो में से एक का मान ३०.० से० मी० है जो थोड़ा भिन्न है। अतः यह सही पाठ्यांक नहीं है। इस विद्यार्थी ने या तो लापरवाही दिखाई या खराब पैमाना इस्तेमाल किया। यह भी हो सकता है कि उसने नाप लेते समय रबर की नली को अधिक खींच दिया हो। इस पाठ्यांक को सूची से निकाल देना चाहिए।

३७.७ से० मी० वाला नाप या तो एकदम गलत है या लापरवाही से २७.७ से० मी० के बदले में भूल से लिखा गया है। ऐसी भूलें अक्सर हो जाती हैं। यदि वह सचमुच ही गलत है तो उसे सूची में से हटा देना चाहिए, अन्यथा उचित भूल-सुधार के बाद उसे स्वीकार कर लेना चाहिए। इस सम्बंध में तुम्हारा क्या निर्णय है ? (९)

सन्निकटन

यह तो तुम्हें मालूम ही है कि पैमाने पर एक-एक मि० मी० की दूरी पर निशान लगे हैं। क्या ऐसे पैमाने की सहायता से चौथा छात्र २७.५८ से० मी० की दूरी वास्तव में पढ़ सकता है ? (१०)

लगत है कि जब उसने देखा कि लम्बाई २७.५ से० मी० से अधिक परंतु २७.६ से० मी० से कम है तो उसने दशमलव के दूसरे स्थान का भी अनुमान लगाकर पाठ्यांक में लिख दिया। क्या उसका ऐसा करना उचित था ? (११)

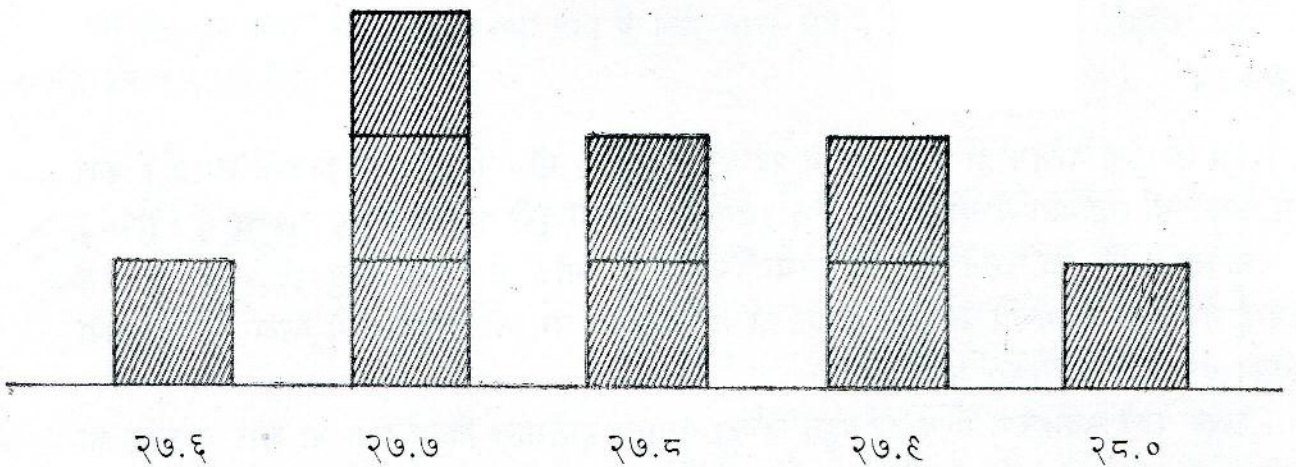
ऊपर वाले उदाहरण में न तो बहुत अच्छा पैमाना इस्तेमाल किया गया था और न रबर की नली ही बिलकुल सीधी थी। यदि ऐसा न होता तो शायद सभी नाप एक से होते। जब हम अपने यंत्रों से बहुत ज्यादा विशुद्ध नाप नहीं ले सकते तो हमारे अवलोकन भी उतने विशुद्ध नहीं हो सकते। आमतौर से हम किसी दूरी को उतनी ही विशुद्धता से नाप सकते हैं जितना कि पैमाने से सम्भव हो। अपने काम के लिए यह पर्याप्त है कि हम दूरियों को सबसे सन्निकट पूरे मिलीमीटरों में ही लिखें। ऐसा करना हमारे पैमाने के अनुकूल होगा।

२७.५८ से० मी० वाले पाठ्यांक को २७.५ से० मी० लिखा जाए या २७.६ से० मी० ? (१२)
 ऊपर की सूची में ऐसे तीन पाठ्यांक और हैं जिन्हें भी इसी प्रकार सबसे सन्निकट पूरे-पूरे मि० मी० में लिखने की आवश्यकता है। उचित सुधार के बाद उन्हें अपनी अभ्यास-पुस्तिका में लिख लो। (१३)
 क्या तुम्हें ३०.० से० मी० वाले पाठ्यांक को ३० से० मी० लिखने में कोई आपत्ति है? (१४)
 जब हम अपने पैमाने द्वारा नापी दूरी को २७.६ से० मी० लिखते हैं तो उसका मतलब है कि नापी दूरी २७.५५ से० मी० और २७.६४ से० मी० के बीच कुछ भी हो सकती है। सन्निकटन विधि द्वारा २७.५४ से० मी० को हम २७.५ से० मी० लिखते हैं और २७.६५ से० मी० को २७.७ से० मी०।

स्तम्भालेख

ऊपर वाले उदाहरण में हमारे पास नौ या दस अवलोकनों का एक समूह है जिसमें नापी हुई सभी दूरियाँ २७.६ से० मी० और २८.० से० मी० के बीच हैं। इन अवलोकनों से हम स्तम्भालेख बनाकर रबर की नली की वह लम्बाई मालूम करेंगे जो सबसे अधिक सही हो।

एक कोरे कागज पर आड़ी रेखा खींचो और बराबर दूरियों पर निशान लगाओ। अब भिन्न मानों के सभी पाठ्यांकों को क्रमानुसार इन निशानों पर लिख लो। प्रत्येक अवलोकन के लिए उसके मान के निशान के ऊपर निश्चित ऊँचाई और चौड़ाई (उदाहरणतः १ से० मी०) का एक स्तम्भ बनाओ। यदि किसी मान के एक से अधिक अवलोकन हों तो उनके स्तम्भों को एक के ऊपर एक जोड़ते जाओ। जब विद्यार्थी अपने-अपने पाठ्यांकों के लिए एक-एक स्तम्भ बना चुकेंगे तो ऐसा स्तम्भालेख तैयार होगा जैसा कि चित्र-१२ में दिखाया गया है।



चित्र-१२

क्या तुम इस स्तम्भालेख द्वारा रबर की नली की सबसे अधिक सम्भावित लम्बाई बता सकते हो? (१५)

इस प्रकार प्राप्त मान को पाठ्यांकों के एक समुदाय का बहुसम्मत मान भी कहते हैं।

एक और स्तम्भालेख बनाकर इसी विधि से अपने अध्यापक की मेज़ की बहुसम्मत लम्बाई मालूम करो। (१६)

औसत

सब पाठ्यांकों के जोड़ को अवलोकनों की कुल संख्या से भाग देने पर जो संख्या मिलती है उसे औसत कहते हैं। ऊपर के उदाहरण के सभी पाठ्यांकों को नीचे जोड़ा गया है :

२७.६ से० मी०

२७.८ से० मी०

२७.७ से० मी०

२७.६ से० मी०

२७.७ से० मी०

२७.७ से० मी०

२७.८ से० मी०

२७.६ से० मी०

२८.० से० मी०

योग : २५०.१ से० मी०

कुल अवलोकनों की संख्या ६ है।

अतः औसत = $250.1/6 = 27.75$ से० मी०।

इस संख्या को सन्निकटन द्वारा २७.८ से० मी० लिखा जा सकता है।

यह संख्या पाठ्यांकों के इस समुदाय का औसत कहलाती है।

अपने अध्यापक की मेज़ की औसत लम्बाई मालूम करो। क्या यह मान स्तम्भालेख द्वारा प्राप्त बहुसम्मत मान के बराबर है? (१७)

अपनी कक्षा के विद्यार्थियों की आयु, भार व ऊँचाई के बहुसम्मत मान निकालना तुम्हारे लिए एक अत्यंत मनोरंजक प्रयोग होगा। प्रत्येक विद्यार्थी की आयु निकटतम महीने तक लिखकर ऊपर बताई विधि से कक्षा की आयु का बहुसम्मत मान निकालो। (१८)

इसी प्रकार कक्षा में उपस्थित सब विद्यार्थियों की ऊँचाई को निकटतम आधे से० मी० तक लिखकर कक्षा की बहुसम्मत ऊँचाई पता करो। (१९)

अब सबके भार निकटतम किलोग्राम तक लिखकर कक्षा का बहुसम्मत भार निकालो। (२०)

क्या कक्षा में कोई विद्यार्थी ऐसा भी है जिसकी आयु, ऊँचाई व भार कक्षा के बहुसम्मत मान के बराबर हों ? (२१)

गृहकार्य

१. दस विद्यार्थियों को एक मीटर पैमाने द्वारा खिड़की की चौड़ाई नापने को कहा गया। उन्होंने निम्नलिखित पाठ्यांक लिखकर दिए :

१२८.५ से० मी०	१२८.० से० मी०
१२८ से० मी०	१२८.४ से० मी०
१२८.४	२२८.५ से० मी०
१२८.३८ से० मी०	१२८.७२ से० मी०
१२८.६ से० मी०	१२८.४ से० मी०

- (क) इनमें से कौन-से पाठ्यांक ऐसे हैं जिनकी विशुद्धता पैमाने की विशुद्धता की सीमा से बाहर है? उन्हें दुबारा सही तरह से लिखो।
- (ख) कौन-से पाठ्यांक अपूर्ण लिखे प्रतीत होते हैं? उनको पूर्ण करके फिर से लिखो।
- (ग) तुम्हारे विचार में कौन-से पाठ्यांक गलत हैं? क्या उनमें से किसी को सुधारा जा सकता है या उनको सूची से निकाल देना ही ठीक होगा?
- (घ) जिन पाठ्यांकों को तुम ठीक समझो उनका स्तम्भालेख बनाकर खिड़की की चौड़ाई का बहुसम्मत मान निकालो।
- (च) पाठ्यांकों को जोड़कर खिड़की की चौड़ाई का औसत मान निकालो।
- (छ) ऊपर प्राप्त दोनों मानों में से तुम किसको खिड़की की चौड़ाई का सही मान मानते हो? और क्यों?

२. लकड़ी, प्लास्टिक और धातु के पैमाने हमारे दैनिक जीवन में अक्सर काम आते हैं। सही नाप प्राप्त करने के लिए क्या यह सभी समान रूप से उपयुक्त हैं?

यदि तुम्हारे सामने कई प्रकार के पैमाने रख दिए जाएँ तो तुम सर्वोत्तम पैमाना किस आधार पर चुनोगे?

३. एक वस्तु की लम्बाई १.८५३ मीटर है। इस स्थिति में हम कहते हैं कि लम्बाई 'चार सार्थक अंकों' तक दी गई है। यदि तुम्हारे विचार में लम्बाई केवल तीन सार्थक अंकों तक ही लिखी जानी चाहिए तो उसके लिए नीचे दिया नियम अपनाया जाता है :

यदि अंतिम अंक या सार्थक संख्या ५ से कम हो तो उसे हम शून्य मान लेते हैं। यदि वह ५ या ५ से अधिक हो तो उसे १० मान लेते हैं।

उदाहरणतः -

३.४५७ को ३.४६ लिखा जाता है

३.४५१ को ३.४५ लिखा जाता है

३.४५५ को ३.४६ लिखा जाता है

इस नियम के आधार पर १.८५३ मीटर की दूरी को ३ सार्थक अंकों, २ सार्थक अंकों और १ सार्थक अंक तक लिखो।

नये शब्द :	सन्निकट	पाठ्यांक
	सन्निकटन	अवलोकन
	घट-बढ़	बहुसम्मत मान
	विशुद्ध	सार्थक अंक
	स्तम्भालेख	औसत
	मान	दशमलव