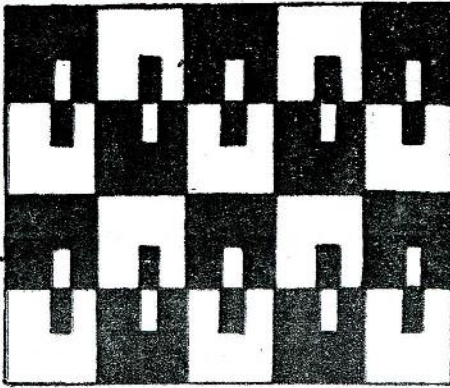


४. सतह और क्षेत्रफल

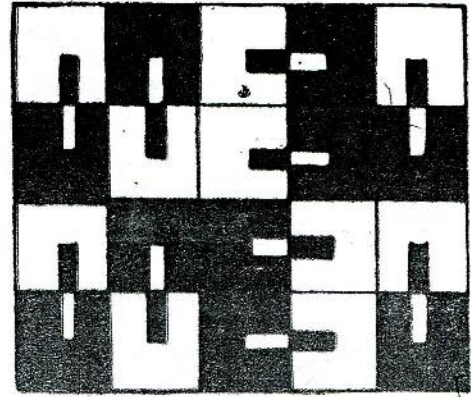
पुरानी इमारत की दीवाल, छत या फ़र्श पर बने रंग-विरंगे नमूने हमको आकर्षक लगते हैं। अधिकतर यह नमूने पत्थर, ईंट अथवा फ़र्शी से बनाए जाते हैं। इनको किस प्रकार जमाया जाता है? किसी एक सतह को ढकने के लिए कितनी फ़र्शियों की आवश्यकता होती है? आओ, इन बातों का पता लगाएँ।

नमूने

चित्र-१३ में दो नमूने ('क' और 'ख') दिखाए गए हैं। एक अन्य कागज़ पर अलग से कुछ फ़र्शियाँ तुम्हें दी गई हैं। इस प्रयोग में तुम इन सब फ़र्शियों का उपयोग करोगे। 'क' और 'ख' नमूनों को पूरी तरह ढकने के लिए जितनी फ़र्शियों की आवश्यकता हो उतनी समान आकार की फ़र्शियाँ कागज़ में से काट लो।



क



ख

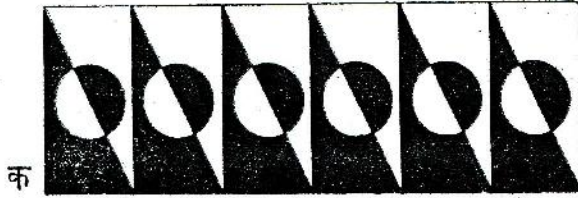
चित्र-१३

प्रत्येक के लिए तुम्हें कितनी फ़र्शियों की आवश्यकता हुई? (१)

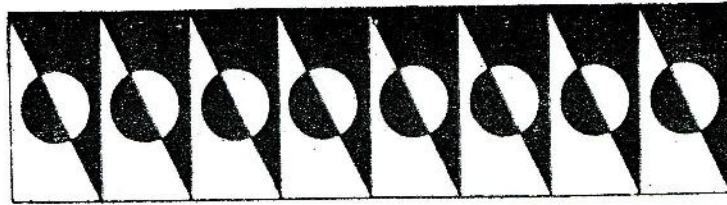
अब इन्हीं फ़र्शियों से दो भिन्न नमूने बनाकर अपनी पुस्तिका में चिपकाओ। (२)

चित्र-१४ में 'क' और 'ख' को गौर से देखो। प्रत्येक को पूरी तरह ढकने के लिए कितनी फ़र्शियाँ लेना ज़रूरी होगा? अनुमान से बताओ और यह संख्या अपनी अभ्यास-पुस्तिका में लिख लो। (३)

अब अपने अनुमान की जाँच के लिए उसी प्रकार की फ़िशियाँ काटकर दोनों सतहों को ढको। (४)
 क्या दोनों नमूने एक जैसे दिखाई देते हैं? क्या इन नमूनों को और फ़िशियाँ जोड़कर बड़ा किया जा सकता है? (५)

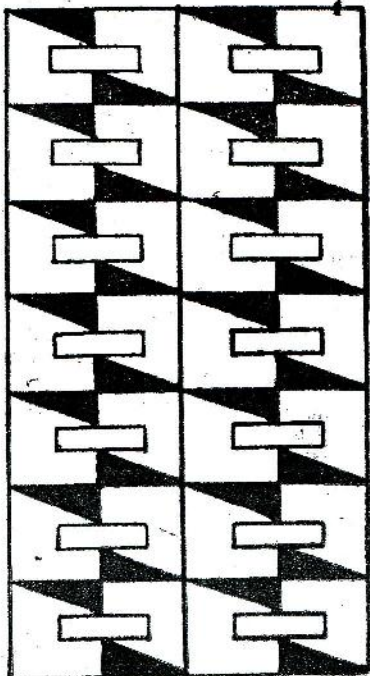


क

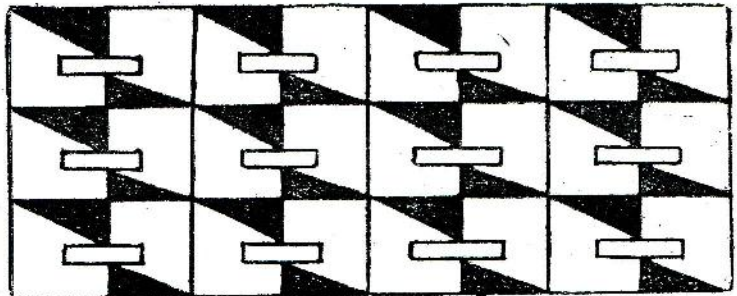


ख

चित्र-१४

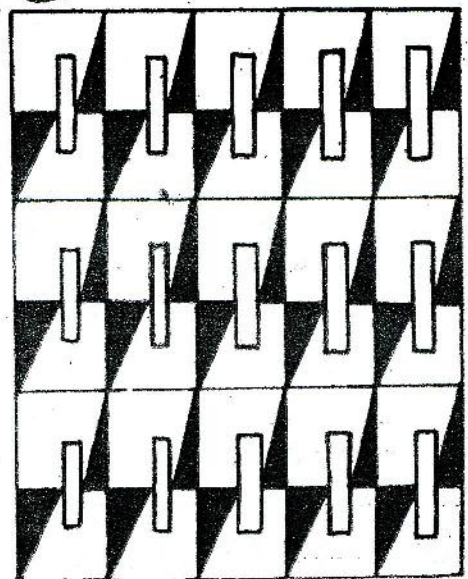


क



ख

चित्र-१५



ग

चित्र-१४ में 'क' और 'ख' दोनों सतहों को ढकने में लगी सभी फ्रिशियों को मिलाकर उसी प्रकार का एक बड़ा नमूना बनाओ और उसे अपनी अभ्यास-पुस्तिका में चिपका लो। (६)

क्या यह नमूना उतनी ही सतह ढकता है जितनी 'क' और 'ख' मिलाकर ढकते हैं? यदि नहीं तो इसके द्वारा ढकी सतह कम है या अधिक? (७)

सतह

चित्र-१५ में फ्रिशियों से बनी तीनों सतहों की परिमिति पैमाने से नाप कर अपनी अभ्यास-पुस्तिका में लिखो। (८)

क्या तीनों चित्रों में एक जैसे नमूने दिखाई देते हैं? (९)

प्रत्येक चित्र की सतह को ढकने के लिए आवश्यक फ्रिशियों की संख्या मालूम करो। क्या समान परिमिति वाली सतहों को ढकने के लिए आवश्यक फ्रिशियों की संख्या भी समान होगी? (१०)

नौ फ्रिशियों से एक और आयताकार चित्र बनाओ जिसका नमूना और परिमिति वैसी ही हो जैसी कि ऊपर बनाए चित्रों की है। इसको भी अभ्यास-पुस्तिका में चिपका लो। (११)

हम अक्सर यह पता करना चाहते हैं कि फ्रिशियों द्वारा ढकी कोई सतह कितनी बड़ी है या कितनी छोटी। इस प्रश्न का सही उत्तर पाने के लिए नीचे दिए हुए गुणधर्मों में से कौन सबसे अधिक उपयोगी होगा? (१२)

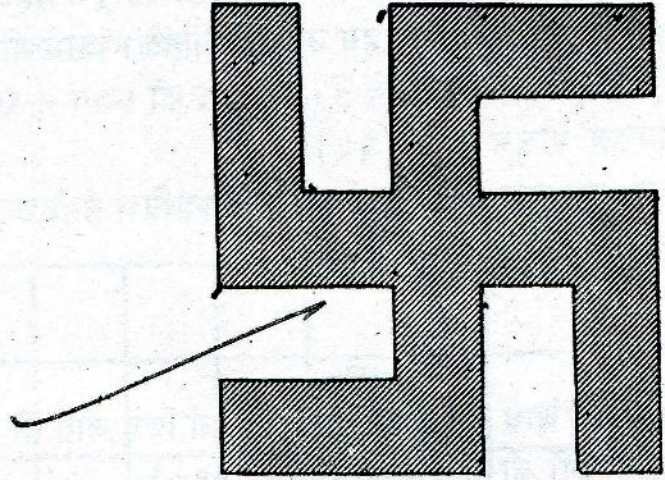
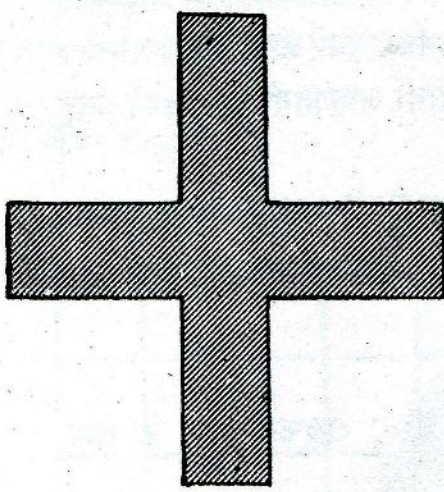
- (क) सतह पर बना नमूना
- (ख) सतह पर रखी फ्रिशियों की संख्या
- (ग) सतह की परिमिति
- (घ) सतह की आकृति

क्षेत्रफल

यदि हम प्रत्येक बार एक मानक फ्रिशी द्वारा ही सतहों को ढकें तो आसानी से बता सकते हैं कि कौन-सी सतह बड़ी है और कौन-सी छोटी। एक से० मी० भुजा वाली वर्गाकार सतह को हम दूसरी सतहों को नापने की इकाई मानते हैं। इस मानक सतह का क्षेत्रफल एक वर्ग से० मी० अथवा एक से० मी०^२ कहलाता है।

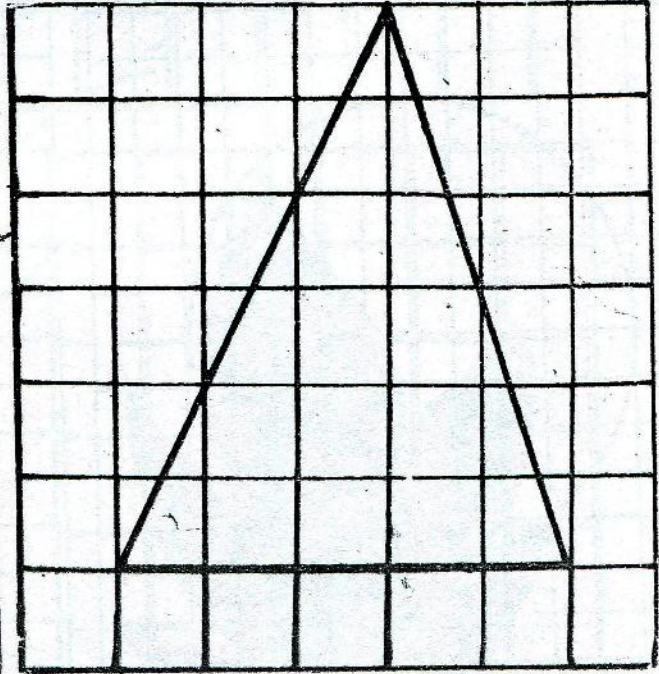
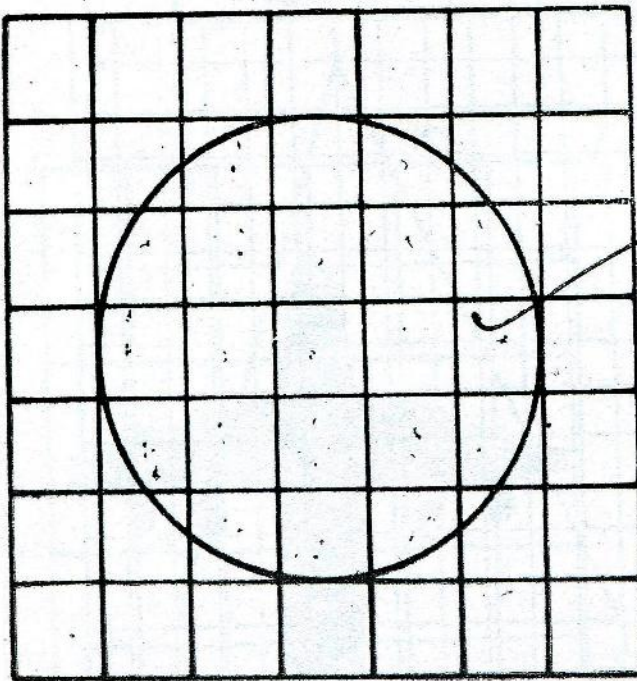
एक से० मी० भुजा वाले वर्गों को काटो और मालूम करो कि कितने इकाई वर्ग एक फ्रिशी को पूरी तरह ढकने में काम आएँगे? (१३)

इस तरह तुमको पता चल गया होगा कि हर फ्रिशी का क्षेत्रफल २ इकाई वर्ग या २ से० मी०^२ है।



चित्र-१६

चित्र-१६ में धन और स्वास्तिक चिन्हों की आकृतियाँ बनाई गई हैं। इकाई वर्ग की मदद से इनका क्षेत्रफल मालूम करो। दोनों आकृतियों का क्षेत्रफल अपनी अभ्यास-पुस्तिका में लिखो। (१४)



चित्र-१७

चित्र-१७ में दो अन्य आकृतियाँ तुम्हें मिलेंगी। इनमें से एक वृत्त है और दूसरी त्रिभुज। दोनों की पृष्ठभूमि में परस्पर समानांतर आड़ी व खड़ी रेखाएँ बनी हैं जिनसे वह अनेकों वर्गाकार खण्डों में बँट गई है। प्रत्येक वर्गाकार खण्ड का क्षेत्रफल इकाई वर्ग के बराबर है। इकाई वर्गों में बँटी ऐसी सतह को लेखाचित्र कहते हैं। वृत्त और त्रिभुज द्वारा घेरे वर्गों की गिनती करके क्या तुम इनका क्षेत्रफल पता कर सकते हो ?

तुम देखोगे कि यह आकृतियाँ कुछ वर्गों को पूरा नहीं घेरती हैं। ऐसी परिस्थिति में यदि कोई वर्ग आधे से कम घिरा है तो हम उसे नहीं गिनते। आधे या आधे से अधिक घिरे वर्ग को पूरा मानकर गिनती में सम्मिलित कर लेते हैं। इस बात को ध्यान में रखते हुए दोनों आकृतियों द्वारा ढकी सतह का क्षेत्रफल मालूम करो। (१५)

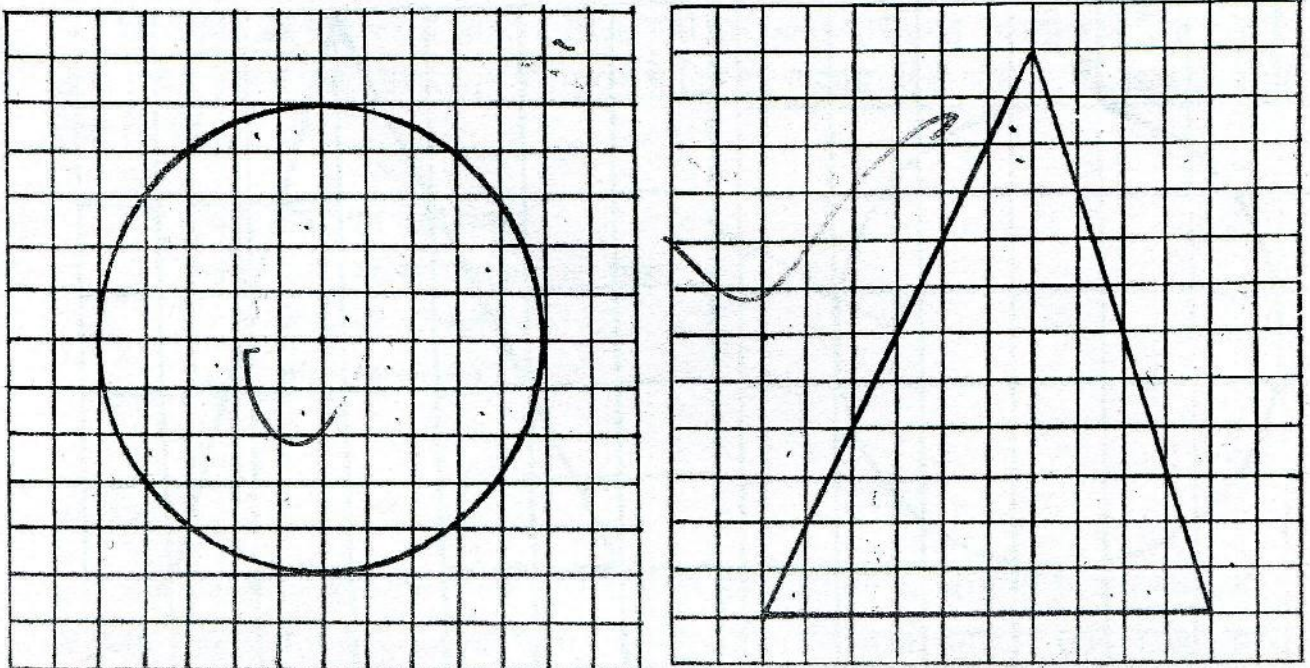
क्या तुम बता सकते हो कि और भी अधिक सही उत्तर के लिए किसी अन्य प्रकार का लेखाचित्र अधिक उपयुक्त होगा? (१६)

अन्य मानक

अब यदि आधे से० मी० भुजा वाले वर्ग लिए जाएँ तो एक से० मी०^२ क्षेत्रफल ढकने के लिए ऐसे कितने वर्गों की आवश्यकता होगी? (१७)

यदि एक मि० मी० भुजा वाले वर्ग लिए जाएँ तो एक से० मी०^२ क्षेत्रफल में ऐसे कितने वर्ग समाएँगे? मि० मी० लेखाचित्र द्वारा यह बात मालूम करो। (१८)

अब यदि हम एक मि० मी०^२ क्षेत्रफल को मानक नाप मानकर चलें तो एक से० मी०^२ कितने मि०मी०^२ के बराबर होगा? (१९)



चित्र-१८

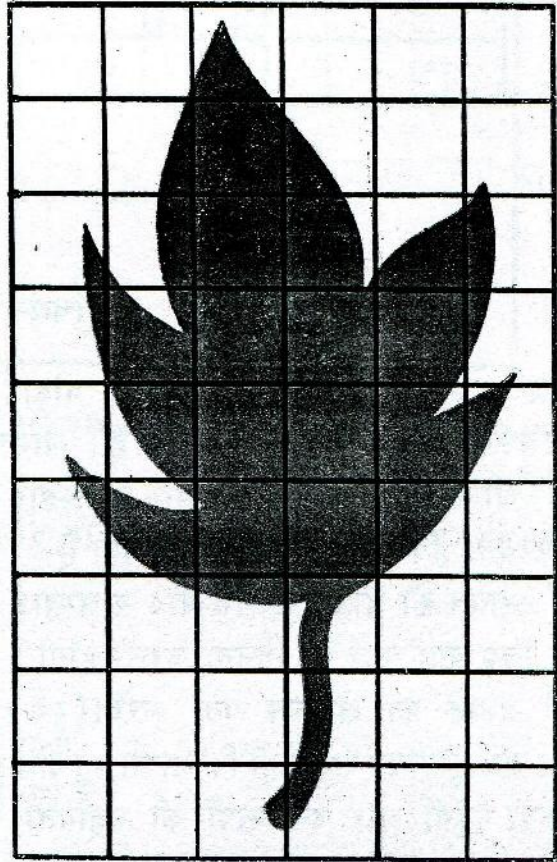
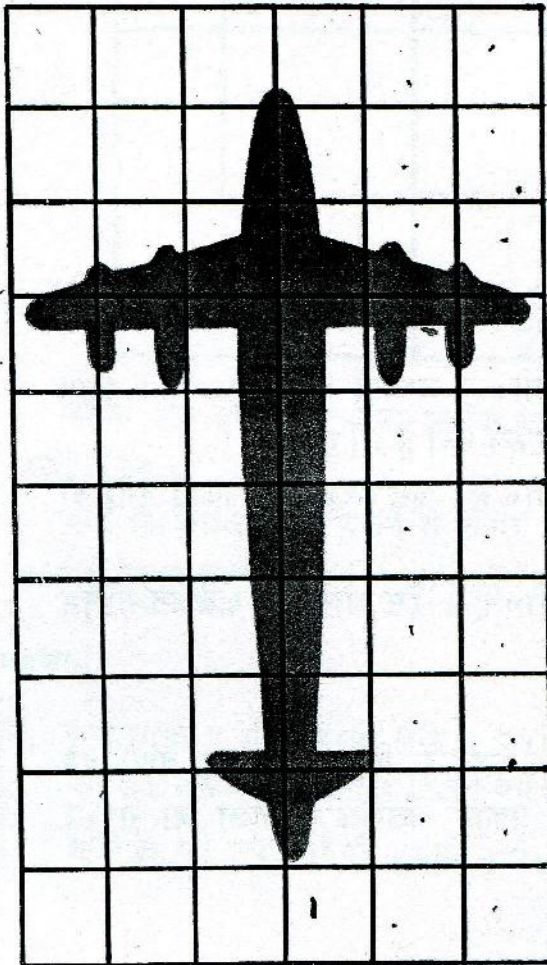
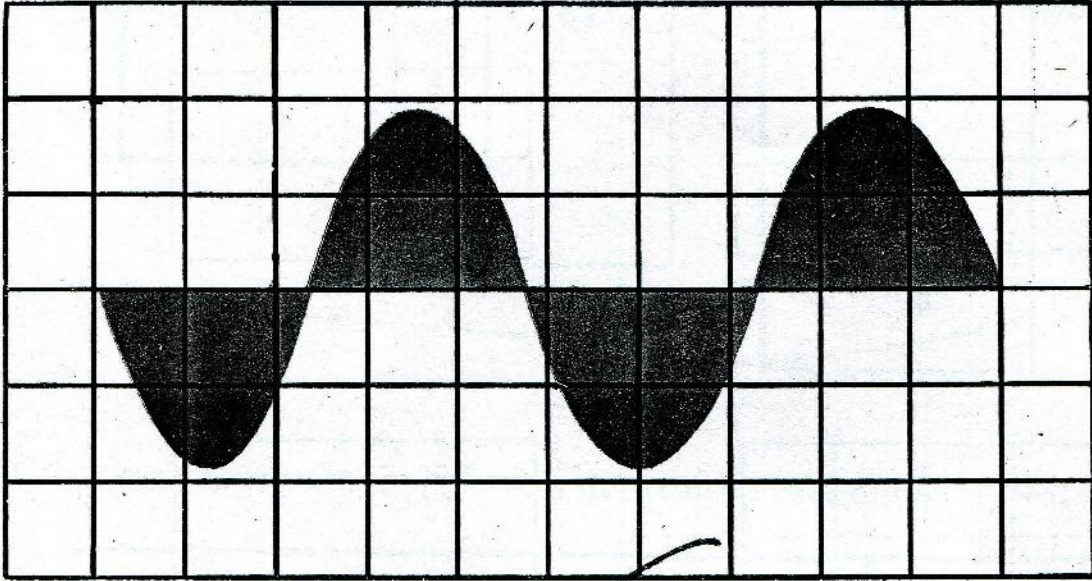
चित्र-१८ में आधे से० मी० लेखाचित्र पर एक वृत्त और एक त्रिभुज दिखाए गए हैं। इन दोनों का क्षेत्रफल क्रमशः चित्र-१७ में बने वृत्त और त्रिभुज के बराबर है। चित्र-१८ की आकृतियों का क्षेत्रफल उनके द्वारा घिरे वर्गों को गिनकर पता करो। (२०)

चित्र-१७ और चित्र-१८ द्वारा प्राप्त परिणामों में से किसको अधिक विशुद्ध मानना चाहिए? (२१)

यदि यह दोनों आकृतियाँ मि० मी० लेखाचित्र पर बनी होतीं तो क्या और भी अधिक विशुद्ध क्षेत्रफल निकलता ? अपने उत्तर को कारण सहित समझाओ। (२२)

अनियमित सतह

आयत, त्रिभुज, वृत्त आदि नियमित आकृतियाँ हैं। क्षेत्रफल निकालने का ऊपर बताया गया



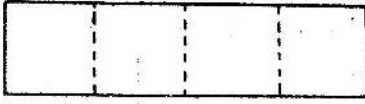
चित्र-१६

तरीका हम पत्ती या परछाई जैसी अनियमित आकृतियों के क्षेत्रफल मालूम करने के लिए भी अपना सकते हैं।

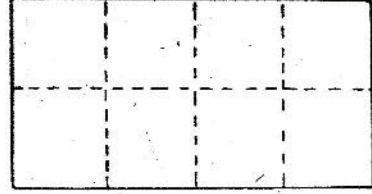
चित्र-१६ में बनी तीनों आकृतियों का क्षेत्रफल निकालो। (२३)

अपने पंजे की आकृति लेखाचित्र पर उतार कर उसका क्षेत्रफल निकालो। (२४)

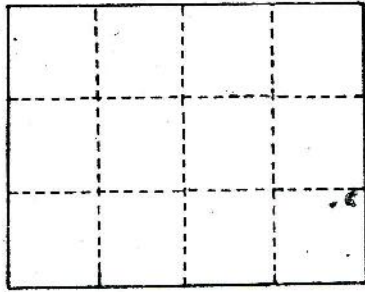
आयत का क्षेत्रफल



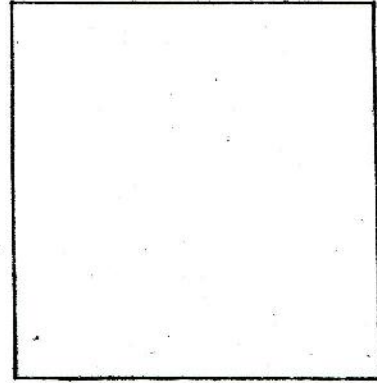
क



ख



ग



घ

चित्र-२०

चित्र-२० में दर्शाए गए 'क' आयत की चौड़ाई १ से० मी० व लम्बाई ४ से० मी० है। इसमें इकाई क्षेत्रफल वाले ४ वर्ग एक कतार में हैं। आयत का क्षेत्रफल क्या है? (२५)

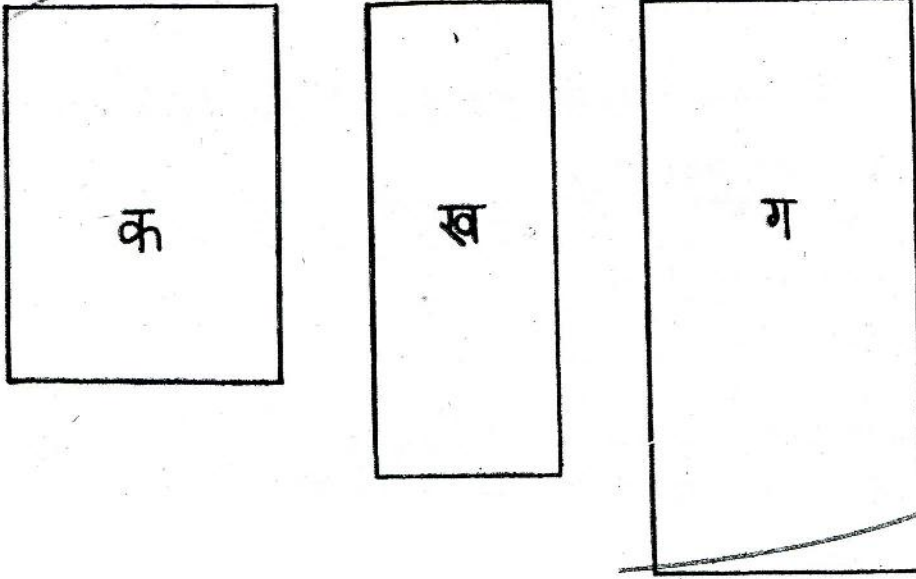
'ख' आयत की चौड़ाई २ से० मी० व लम्बाई ४ से० मी० है। इस तरह चार इकाई वर्गों की दो कतारें बनी हैं। आयत का क्षेत्रफल क्या है? (२६)

'ग' आयत की चौड़ाई ३ से० मी० व लम्बाई ४ से० मी० है। इस आयत का क्षेत्रफल मालूम करने के लिए क्या वर्गों का गिनना जरूरी होगा? (२७)

'घ' आयत का क्षेत्रफल पता करो। (२८)

क्या अब तुम बता सकते हो कि आयत का क्षेत्रफल मालूम करने के लिए किन दो नापों की आवश्यकता पड़ेगी और इन नापों की सहायता से किस प्रकार क्षेत्रफल निकाला जा सकता है? (२९)

तीन आयत 'क', 'ख' और 'ग' चित्र-२१ में दिखाए गए हैं।



चित्र-२१

इनकी लम्बाई और चौड़ाई पैमाने से नापकर नीचे दिखाई तालिका में लिखो। (३०)

आयत	लम्बाई	चौड़ाई	क्षेत्रफल
क			
ख			
ग			

इसके बाद लेखाचित्र द्वारा प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल पता करो और उसे भी तालिका में लिखो। (३१)

क्या इस तालिका को देखने से केवल लम्बाई और चौड़ाई द्वारा आयत का क्षेत्रफल निकालने का कोई सरल तरीका समझ में आता है? (३२)

गृहकार्य

१. एक साड़ी ५ मी० लम्बी और १.२५ मी० चौड़ी है। इस पर एक से० मी० भुजा वाले वर्ग बने हैं। इस प्रकार के कुल कितने वर्ग साड़ी पर छपे हैं?

यदि उस पर छपे वर्गों की भुजाएँ २ से० मी० की होतीं तो क्या ऐसे वर्गों की गिनती पहले जैसी

ही रहेगी? यदि नहीं, तो क्या वह पहले की अपेक्षा (क) दुगुनी, (ख) आधी, (ग) चौगुनी या (घ) चौथाई हो जाएगी?

२. एक ईट २० से० मी० लम्बी, ८ से० मी० चौड़ी और ५ से० मी० मोटी है। उसकी

- (क) सबसे छोटी सतह का
- (ख) सबसे बड़ी सतह का
- (ग) सब सतहों का कुल

क्षेत्रफल निकालो।

३. एक १० से० मी० लम्बी सीधी रेखा को ८ से० मी० खिसका कर पहली स्थिति के समानांतर कर दिया गया। उसको खिसकाने में कितना क्षेत्रफल घेरा गया?

४. एक कागज को पेंसिल पर लपेट कर पेंसिल की सतह का क्षेत्रफल निकालो।

५. ४ से० मी० × ५ से० मी० लकड़ी की सतह को रंगने का खर्च दो पैसा है। उसी दर से कितना खर्च आएगा यदि

- (क) एक स्टूल की ३० से० मी० × २० से० मी० आकार की सतह रंगी जाए?
- (ख) एक मेज की २ मी० × १ मी० आकार की सतह रंगी जाए?

६. एक धागे का इतना लम्बा टुकड़ा लो कि उसके दोनों सिरे जोड़ने पर १६ से० मी० परिमिति बने। से० मी० वाले लेखाचित्र पर इस टुकड़े को इस प्रकार फैलाओ कि उससे

- (क) ४ से० मी० भुजा वाला एक वर्ग बन जाए।
- (ख) ५ से० मी० लम्बाई का एक आयत बन जाए।
- (ग) ७ से० मी० लम्बाई का एक आयत बन जाए।
- (घ) एक वृत्त बन जाए।

प्रत्येक दशा में धागे द्वारा घेरी गई सतह का क्षेत्रफल वर्गों को गिनकर पता लगाओ।

किस आकृति ने सबसे अधिक क्षेत्रफल घेरा और किसने सबसे कम?

नये शब्द :	नमूना	वर्ग
	सतह	इकाई
	परिमिति	क्षेत्रफल
	तालिका	आयत
	लेखाचित्र	समानांतर