

बच्चों के प्लगोरिदम और उनके पीछे का गणित

मंगल पवार व आलोका कान्हेरे

इस लेख की पहली लेखिका एक गणित-शिक्षक हैं जो शिक्षार्थियों के उत्तरों का बारीक अवलोकन करती हैं, उनके साथ घुलती-मिलती हैं और उनसे विस्मित होती हैं। इस लेख की दूसरी लेखिका गणित-शिक्षा के क्षेत्र में काम करती हैं पर खुद एक शिक्षक नहीं हैं। यह लेख उन दोनों के बीच की सहभागिता का नतीजा है।

समय की पाबन्दियों और कई अन्य रुकावटों के कारण, हम कुछ देर ठहरकर शिक्षार्थियों के उन तरीकों के बारे में नहीं सोच पाते जिन्हें वे समस्याएँ सुलझाने के लिए इस्तेमाल करते हैं। अधिकांश शिक्षक इस बात से सहमत होंगे कि उनके कई छात्रों के पास सवाल हल करने के वैकल्पिक रास्ते होते हैं। कभी-कभी तो, शिक्षक होने के नाते, हम यह निश्चय भी नहीं कर पाते कि ये तरीके आखिर कैसे काम कर रहे होते हैं।

ऐसे वैकल्पिक तरीके और इनसे जुड़ी चर्चाएँ कक्षा को समृद्ध और लोकतांत्रिक बनाती हैं, क्योंकि ज़रूरी नहीं कि वह छात्रा जो ऐसे किसी दिलचस्प तरीके से काम करती हो, निश्चित तौर पर गणित में भी गहरी रुचि भी रखती हो। हो सकता है, वह

ऐसी कोई छात्रा हो जो शायद ही कभी गणित की कक्षा में भागीदारी लेती हो, या यँ गणित को लेकर अन्तर्मुख रहती हो। कक्षा में, छात्रों के खुद के तरीकों को जगह देना, चर्चाओं की लगाम छात्रों के ही हाथों में रखते हुए, उन्हें नए-नए विचारों को खोजने और आजमाने के मौके भी देता है।

दोनों ही लेखकों को यह अध्ययन करना बहुत रुचिकर जान पड़ता है कि विद्यार्थी कैसे सवालों को अपने ही तरीकों से हल करते हैं। और उनकी यही रुचि इस सहभागी लेख के पीछे का कारण भी है। इस लेख में हम, पहली लेखिका की कक्षा के छात्रों द्वारा सवालों को हल करने के अलग-अलग तरीकों पर चर्चा करेंगे। उन्होंने 'उसी' विशेष तरीके को ही क्यों अपनाया? उन्होंने वह कहाँ से

सीखा होगा? क्या वह तरीका सभी मामलों में कारगर होगा या केवल कुछ विशेष स्थितियों में ही? ऐसे भी कई सवालों पर इस लेख में चर्चा होगी।

तो चलिए, एक कक्षाकक्ष के भीतर झाँकते हैं।

सई का नम्बर कम्पलीशन तरीका

शिक्षिका ने छात्रों को 45-19 को हल करने के लिए कहा। उन्हें पता था कि छात्रों को उन संख्याओं को घटाने में परेशानी नहीं होती जहाँ वियोजक (सब्ट्राहेंड) का इकाई अंक वियोज्य (मिन्यूएंड) के इकाई अंक से कम होता है, यानी कि जब उधार की ज़रूरत नहीं रहती। यह विशेष सवाल इस बात को परखने के लिए पूछा गया था कि छात्र उन सवालों का सामना कैसे करते हैं जहाँ अमूमन उधार की तकनीक इस्तेमाल की जाती है।

सई इस सवाल को 'नम्बर कम्पलीशन' तरीके, यानी संख्याओं को गणनाओं के लिए आसान संख्याओं में बदलकर हल करती हुई देखी गई।

$$\begin{array}{r} 20 \\ 45 \\ - 19 \nearrow \\ \hline 26 \end{array}$$

शिक्षिका: सई, तुमने यहाँ तीर का निशान लगाकर 20 क्यों लिखा है?

सई: 19 की सबसे करीबी दहाई संख्या 20 है। मुझे 45 में से 20 घटाना ज़्यादा आसान लगा।

शिक्षिका: तुमने गणना का यह तरीका कहाँ देखा?

सई: ताई, वो बस कंडक्टर भी ऐसे ही गिनते हैं।

शिक्षिका: मैं तुम्हारा तरीका सीखना चाहूँगी।

सई: 19 की सबसे करीबी दहाई संख्या 20 है। तो मैंने 45 में से 20 को घटाया और 25 पाया।

शिक्षिका: पर तब तो उत्तर 25 होगा, जबकि तुमने तो 26 लिखा है।

सई: 19 और उसकी सबसे करीबी दहाई संख्या 20 के बीच, एक का अन्तर है। घटाने के दौरान, मैंने 45 में से 20 को घटाया और 25 पाया। तो उसके बाद, मैंने उस 1 को 25 में जोड़ दिया, जिससे मुझे 26 मिला।

इस बातचीत में हम सई को 'नम्बर कम्पलीशन' तरीके का इस्तेमाल करते हुए देख सकते हैं, जहाँ एक संख्या (यहाँ, 19) को उसके सबसे करीबी 10 के गुणखण्ड (यहाँ, 20) तक पूरा कर दिया जाता है। पारम्परिक तौर पर, एक आम कक्षा में यह नहीं किया जाता। साथ ही, टीचर को सई से सवाल पूछते हुए देखा जा सकता है। इससे न सिर्फ सई और उसके सहपाठियों को सवालों को अपने तरीकों से हल करने के लिए प्रोत्साहन मिलेगा, बल्कि सई को

अपने तरीके को बेहतर व स्पष्ट तरह से समझाने में भी मदद मिलेगी। सई ने अपने बस कंडक्टर को इस तरीके से गणना करते हुए देखा था और उसने उसे अपनी कक्षा के सवाल में इस्तेमाल कर लिया।

आइए, ऐसे कुछ अन्य उदाहरण देखते हैं जहाँ सई और उसके सहपाठियों ने अपने तरीकों से सवालों को हल किया, एक ऐसे वातावरण में जो उन्हें अपने एल्गोरिदम, यानी सवाल हल करने के तरीके, इस्तेमाल करने के लिए न सिर्फ मंजूरी देता है बल्कि प्रोत्साहित भी करता है।

उधार कहाँ है?

शिक्षिका ने सई से एक और सवाल पूछा:

$$\begin{array}{r} 47 \\ - 29 \\ \hline \end{array}$$

सई ने इस खड़ी संरचना को, जो उधार के तरीके में मदद करने के लिए लिखी गई थी, सरासर नज़र-अन्दाज़ करते हुए कुछ इस तरीके से हल किया।

“मैंने 40 में से 20 को घटाया। फिर मैंने इनके अन्तर, यानी 20 में से 9 को घटाया, जिससे 11 बच गए।

तब मैंने उसमें 7 को जोड़ा और इसलिए उत्तर 18 आया।”

सई के तरीके में गौर करने लायक कुछ पहलू:

सई 47 और 29 जैसी संख्याओं को पूर्ण रूप में देख रही है, न कि 4, 7 और 2, 9 जैसे अलग-अलग अंकों के रूप में। वह 47 और 29 जैसी संख्याओं को $40 + 7$ और $20 + 9$ के रूप में विघटित करती है।

चलिए, अब सई के विघटन के तरीके का इस्तेमाल करते हुए, एक अन्य उदाहरण को हल करते हैं।

$$\begin{array}{r} 327 \\ - 258 \\ \hline \end{array}$$

हम कल्पना कर सकते हैं कि सई ने इसे इस तरह हल किया होता -

$$\begin{array}{r} 327 \\ - 258 \\ \hline 69 \end{array}$$

उसने 300 में से 250 को घटाया होता, उसके बाद उनके अन्तर, यानी 50 में से 8 को घटाया होता। इससे 42 बच जाता है।

आखिर में, सई उस 42 में 27 को जोड़ देती, जिससे उत्तर के रूप में 69 मिल जाता।

या फिर, वह इसे कुछ इस तरह हल करती:

300 में से 200 घटाने पर, और उसके बाद उनके अन्तर, यानी 100

में से 50 घटाने पर 50 बचता है। और फिर, 50 में से 8 को घटाकर 42 पाना, जिसमें आखिरकार 27 जोड़कर उत्तर के रूप में 69 को पाना।

अब हम सर्ई के इस विघटन के तरीके को समझते हैं। आइए, दो-दो-अंकों वाली संख्याओं की कल्पना करते हैं,

$$N = a_1 \times 10 + a_0 \text{ और}$$

$$M = b_1 \times 10 + b_0$$

(नोट करें कि यहाँ वर्णित सभी 'a' और 'b' अंक हैं, यानी कि, उनमें से हरेक 0 से 9 के सेट से एक अंक है।)

सबसे पहले सबसे बड़े स्थान वाले अंकों को घटाते हैं। चूँकि यहाँ सबसे बड़ी जगह वाले अंक 'दहाई' के स्थान पर हैं, इसलिए $10a_1 - 10b_1 = 10(a_1 - b_1)$ करिए।

अब, वियोजक के इकाई अंक को ऊपर मिले अन्तर से घटाइए $[10(a_1 - b_1) - b_0]$ । घटाव में 10 के गुणनफल होने के कारण यह आसान हो जाता है।

आखिर में, वियोज्य के इकाई अंक को जोड़ें $[10(a_1 - b_1) - b_0 + a_0 = N - M]$

अपना खुद का एल्गोरिदम इस्तेमाल करके, सर्ई ने उधार के तरीके को, जो कुछ बच्चों के लिए बहुत मुश्किल होता है, पूरी तरह टाल दिया। उसे यह एल्गोरिदम पारम्परिक उधार के तरीके के मुकाबले अधिक सुविधापूर्ण लगा।

उसके एल्गोरिदम को पूर्णांक संख्याओं से सम्बन्धित किसी भी घटाने के सवाल को हल करने के लिए इस्तेमाल किया जा सकता है।

मज़ेदारी काफी है

कई सालों से, गणित शिक्षा में काम कर रहे कई लोगों ने गणित के सवालों को हल करने के लिए बच्चों के तरीकों के बारे में बात की है। जब भी कभी ऐसे सवाल, जैसे "क्या यह सभी संख्याओं पर लागू होता है?" पूछे जाते हैं, तो इनका जवाब अमूमन कुछ यूँ दिया जाता है - "इसके मज़ेदार होने के लिए क्या इसका सभी संख्याओं पर काम करना ज़रूरी है?"

यदि एक बच्ची कोई पैटर्न देखती है और इसलिए, एक विशेष प्रकार के सवाल को हल करने के लिए एक तरीका विकसित करती है, तो यह देखना रुचिकर होगा कि उसमें कौन-से अन्तर्निहित गणितीय सिद्धान्त काम कर रहे हैं। यदि कोई उपयोग में लाए गए उन अन्तर्निहित गणितीय सिद्धान्तों से सन्तुष्ट हो जाए, तो वह यह तय कर सकते हैं कि इस विकसित एल्गोरिदम का उपयोग केवल किन्हीं विशेष परिस्थितियों में करना है या फिर, इन्हें सामान्यीकृत किया जा सकता है।

हालाँकि, सर्ई का एल्गोरिदम बहुत सरल-सा है, हम देखते हैं कि कभी-कभी बच्चे काफी जटिल एल्गोरिदम

भी साझा करते हैं। जब सई के सहपाठियों से यही सवाल पूछा गया, तो वे कई अन्य दिलचस्प तरीकों के साथ सामने आए। आइए, उनमें से कुछ पर एक नज़र डालते हैं -

जब पूर्णिमा से 47-29 हल करने के लिए कहा गया, तो उसने सबसे पहले 40 में से 30 को घटाया, यह कहकर कि यह सबसे नज़दीकी दहाई-संख्या है, और फलस्वरूप उसे 10 मिला। फिर उसने 10 में 7 को जोड़ा और 17 पाया। इसके बाद, उसने अपनी टीचर को याद दिलाया कि उसने 40 में से एक अतिरिक्त 1 घटाया था (29 की बजाय उसने 30 घटाया था) और इसलिए, 17 में 1 जोड़ने की ज़रूरत है, जिससे उत्तर के रूप में 18 मिलेगा।

एक अन्य विद्यार्थी, काजल ने एक अलग तरीका अपनाया। काजल और उसकी शिक्षिका के बीच का संवाद कुछ यूँ रहा -

शिक्षिका: काजल, 47-29 का तुम्हें क्या उत्तर मिला?

काजल: 18, क्योंकि चार धाये 40 होते हैं। इनमें से, मैं दो धाये या 20 घटाती हूँ, तो मेरे पास 20 बचते हैं। अब 9 में से 7 घटाने पर मेरे पास 2 बचते हैं। इस 2 को मैं 20 में से घटा देती हूँ, जिससे उत्तर के रूप में मुझे 18 मिलता है।

पूर्णिमा और काजल, दोनों ही सई की सहपाठी हैं। बच्चों द्वारा, इन

सवालों को हल करने के लिए अपनाए गए तरह-तरह के तरीकों को देखकर, कोई भी सोच में पड़ सकता है कि आखिर उन्हें ये वैकल्पिक तरीके सिखाए किसने।

रोज़मर्रा में पैटर्न

जब सई से पूछा गया कि उसने अपना तरीका कहाँ से पाया, तो उसने बताया कि वह कभी-कभी अपनी माँ का, जो कई घरों में हाउस-हेल्प का काम करती हैं, उनके काम में साथ देती हैं। उसने कई बार अपनी माँ को उस तरीके से हिसाब करते देखा है। इसी तरह, काजल ने भी अपनी माँ को भुट्टे बेचते समय हिसाब करते देखा है। दोनों ही बच्चों ने रोज़मर्रा की तकनीकों को आत्मसात कर लिया, जो उन्होंने अपने बड़ों के साथ रहकर सीखी थीं।

स्कूल के बाहर के उनके जीवन ने, उन दोनों को कक्षा-कक्ष में उनके गणित को विकसित करने में मदद की है। वे दोनों ही गैर-पारम्परिक एल्गोरिदम का इस्तेमाल करने में, और उन्हें औपचारिक स्कूली सवालों में अपनाने में बहुत सहज प्रतीत होती हैं। भले ही वे उन तकनीकों से अनौपचारिक रूप से परिचित थीं, पर उन्होंने उन्हें स्कूल में इस्तेमाल की जाने वाली शब्दावली का इस्तेमाल कर, औपचारिक तकनीकों के रूप में विकसित किया, जैसे 'दहाई' और 'इकाई' जो आम तौर पर स्कूल के

बाहर की गणनाओं में इस्तेमाल नहीं होते।

हम सभी ने इन जैसे एल्गोरिदम को कक्षा-कक्ष में उभरते देखा होगा। ऐसा ही एक उदाहरण दूसरी लेखिका ने एक अन्य विद्यार्थी, अमन, के साथ देखा। अमन 12 के गुणन में बहुत सहज था, सम्भवतः इसलिए कि वह दुकानों और होटलों में अण्डे पहुँचाने में अपने भाई की मदद किया करता था। वह 13×11 जैसे सवालों को कुछ यूँ हल किया करता था :

13 x 11:

$$13 \times 12 = 156$$

$$13 \times 11 = 156 - 13 = 143$$

बेशक, अमन की रोज़मर्रा की गतिविधियों ने उसे 12 के गुणनफलों को याद करने में मदद की थी, पर उसने 13×12 और 13×11 के बीच का सम्बन्ध खुद ही ढूँढ़ निकाला।

सीखने के खुद के ही तरीकों को डिज़ाइन करने की सम्भावना उन बच्चों में अधिक होती है, जो अपनी रूटीन के तहत, अपने परिवार में तरह-तरह की ज़िम्मेदारियाँ सँभाला करते हैं। ये तरीके उनके काम या ज़िम्मेदारियों को निभाने के दौरान सीखी गई चीज़ों से विकसित होते हैं। ये उदाहरण दर्शाते हैं कि शिक्षार्थी कक्षा-कक्ष के बाहर भी गणितीय पैटर्न नोटिस किया करते हैं। यह अलग मुद्दा है कि उन्हें यह सब साझा करने का मौका मिलता भी है या

नहीं। इस लेख में पेश की गई मिसालों में से कुछ यह भी दर्शाती हैं कि कैसे शिक्षार्थियों का पैटर्न नोटिस करना, साथ जुड़ता है गणित की औपचारिक शब्दावली से। ऐसा या तो उस पैटर्न को कक्षा के लिए एक एल्गोरिदम के रूप में तैयार करने के लिए किया जाता है, या फिर शब्दावली की सुगठनता का फायदा उठाने के लिए।

घटाव का एक अनुठा तरीका

सई के स्कूल से एक अन्य छात्र से पूछा गया -

$$\begin{array}{r} 53740 \\ - 38999 \\ \hline \end{array}$$

छात्र द्वारा इस्तेमाल में लाई गई एल्गोरिदम यह थी -

5 दह (दस हज़ार) + 3 ह (हज़ार) + 7 श (शतक) + 4 द (दहाई) + 0 ए (इकाई)

$$\begin{aligned} & 4दह + 12ह + 16श + 13द + 10ए \\ & - (3दह + 8ह + 9श + 9द + 9ए) \\ & = 1दह + 4ह + 7श + 4द + 1ए \\ & = 14741 \end{aligned}$$

जब उससे पूछा गया कि उसे अपने जवाब पर कितना यकीन है, तो उसने अपना तरीका समझाया:

जोड़ दिए जाने पर, 4 दह + 12



12 16 13												
428320												
38999												
- 38999												

14741												
5 TT 3T 7H 4T_00												
50,000 + 3000 + 700 + 40 + 0												
4 TT 12T 16H 13T_100												
40,000 + 12000 + 1600 + 130 + 10												
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: right;">50,000</td> <td style="width: 50%; text-align: right;">40,000</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">+ 3000</td> <td style="text-align: right;">+ 12000</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">+ 700</td> <td style="text-align: right;">+ 1600</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">+ 40</td> <td style="text-align: right;">+ 130</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">+ 0</td> <td style="text-align: right;">+ 10</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">53740</td> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">53740</td> </tr> </table>	50,000	40,000	+ 3000	+ 12000	+ 700	+ 1600	+ 40	+ 130	+ 0	+ 10	53740	53740
50,000	40,000											
+ 3000	+ 12000											
+ 700	+ 1600											
+ 40	+ 130											
+ 0	+ 10											
53740	53740											

चित्र-1

ह + 16 श + 13 द + 10 ए दरअसल, 5 दह (दस हजार) + 3 ह (हजार) + 7 श (शतक) + 4 द (दहाई) + 0 ए (इकाई) के बराबर ही है। (चित्र-1)

चलिए, इस छात्र के तरीके का उपयोग कर एक अन्य सवाल को हल करने की कोशिश करते हैं -

$$\begin{array}{r}
 4 \ 16 \ 3 \ 13 \\
 5 \ 6 \ 4 \ 3 \ 2 \\
 - 4 \ 8 \ 3 \ 5 \ 1 \\
 \hline
 0 \ 8 \ 0 \ 8 \ 1
 \end{array}$$

अब इस तरीके के पीछे के 'गणित' को देखने की कोशिश करते हैं।

एक पाँच अंकों वाली संख्या की

कल्पना कीजिए, जहाँ

$$N = a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$$

कुछ ऐसे कि इस संख्या का विस्तारित रूप $(a_4 \times 10000 + a_3 \times 1000 + a_2 \times 100 + a_1 \times 10 + a_0)$ है।

अब हम इसे कुछ इस तरह लिख सकते हैं -

$$(a_4 - 1) \times 10000 + (9 + a_3) \times 1000 + (9 + a_2) \times 100 + (9 + a_1) \times 10 + (10 + a_0)$$

हमें जिस सवाल के जवाब का अन्तिम रूप पता करना है, वह है:

$$a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 - b_4 b_3 b_2 b_1 b_0$$

(नोट करें कि यदि $a_4 = 1, a_3 = 2, a_2 = 3, a_1 = 4, a_0 = 5$, तो $a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 = 12345$, न कि 1, 2, 3, 4 और 5 का गुणनफल)

केस - 1: $a_4 > b_4$

ऐसे में,

$$a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 - b_4 b_3 b_2 b_1 b_0 \\ = (a_4 - 1 - b_4) \times 10000 + (9 + a_3 - b_3) \\ \times 1000 + (9 + a_2 - b_2) \times 100 + (9 + a_1 \\ - b_1) \times 10 + (10 + a_0 - b_0)$$

आप देख सकते हैं कि जब इसे $b_4 b_3 b_2 b_1 b_0$ से जोड़ा जाता है तो उत्तर $a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$ मिलता है।

केस - 2: $a_4 = b_4$

तब उत्तर होगा:

$$(a_3 - 1 - b_3) \times 1000 + (9 + a_2 - b_2) \times \\ 100 + (9 + a_1 - b_1) \times 10 + (10 + a_0 - \\ b_0)$$

केस - 3: $a_4 < b_4$

इससे जो जवाब मिलेगा, वह पूर्णाकों में होगा, जो कि इस लेख के स्कोप के बाहर है।

ये एल्गोरिदम सभी घटाव के सवालों पर काम करते हैं, बल्कि उनपर भी जिनमें पाँच से अधिक अंक होते हैं। साथ ही, बच्चों के पास ऐसे एल्गोरिदम भी हैं जहाँ आप बाएँ से दाएँ घटा सकते हो, यह कुछ ऐसा है जो आम तौर पर पारम्परिक स्कूली शिक्षण के तरीकों में नहीं मिलता।

नए तरीकों की नींव

छात्रों द्वारा इस्तेमाल किए जाने

वाले इन विविध तरीकों को देखकर, उनके स्कूल और समाज को लेकर सचमुच विस्मय होता है। ये सभी छात्र महाराष्ट्र के अहमदनगर ज़िले के एक सरकारी स्कूल से हैं, जिसे वहाँ की नगर पालिका संचालित करती है। इनमें से अधिकांश बच्चे खानाबदोश जनजाति समुदायों से ताल्लुक रखते हैं। उनमें से कई तो अपने परिवार में स्कूल जाने वाली पहली पीढ़ी हैं। कई पालक सुबह-सुबह घर से निकलकर, भुट्टे बेचने जैसे छुटपुट व्यवसायों में जुट जाते हैं। ये शिक्षार्थी बेहद हाशियाकृत समुदायों से आते हैं।

यदि मौका मिले, जहाँ रटन्त पद्धति को बढ़ावा नहीं दिया जाता और स्वतंत्र सोच को सज़ा न दी जाती हो, तो इस बात के आसार बहुत बढ़ जाते हैं कि बच्चे समस्याओं को सुलझाने के अलग-अलग और नए-नए तरीके खोज लाएँ। ऐसे तरीके, जो उन्हें अच्छी तरह समझ आते हों, जिनके उपयोग में पारदर्शिता हो, न कि भाग के एल्गोरिदम जैसे फॉर्म्यूलों का महज़ मशीनी व अपारदर्शी उपयोग।

इन कक्षाओं के अधिकतर छात्र गणित के प्रति निडर पाए गए, क्योंकि गणित से इनका घुलना-मिलना हमेशा से उनके खुद के सन्दर्भों के ज़रिए होता रहा है। उन्हें एक ही संक्रिया में अलग-अलग अर्थ जोड़ते हुए भी देखा गया। अक्सर कक्षाकक्ष में, कम-से-कम

निर्देशों के साथ पूछे गए अपरिचित सवाल, विद्यार्थियों को नए तरीके खोजने के लिए, अपने पूर्व-ज्ञान का उपयोग करने के लिए, और कक्षाकक्ष के बाहर के अनुभवों से निर्मित तरीकों को लागू करने के लिए प्रोत्साहित करते हैं। इन अपरिचित समस्याओं को हल करने में मिली सफलता, गणित के प्रति उनके आत्मविश्वास को भी बढ़ाती है। वे अन्य लोगों और अपने साथियों के तरीकों को समझने और अपनाने के लिए भी खुला रवैया अपनाते हैं।

इन छात्रों का इतनी स्पष्टता से अपने तरीकों को समझाने का एक कारण यह भी हो सकता है कि उनकी कक्षा में अपने तरीकों को

साझा करने व उनके तर्क देने को बढ़ावा दिया जाता है, और यह उनकी कक्षाकक्ष तहज़ीब का एक अहम हिस्सा है।

यह देखकर मन भर आता है कि अब कई-कई शिक्षक बच्चों को सोचने के लिए, समस्याओं को अलग व नवाचारी ढंग से सुलझाने के लिए, रटन्त पद्धति या फॉर्म्युलों और एल्गोरिदम के मशीनी अनुसरण में डूबे बगैर, अपने तरीके ईजाद करने के लिए प्रोत्साहित कर रहे हैं। विद्यार्थियों को अपने तरीके डिज़ाइन करने के लिए प्रोत्साहित करना, एक बहुत शक्तिशाली तरीका है, सृजनात्मक, विचारशील और विवेकी शिक्षार्थियों को उभारने के लिए।

मंगल पवार: महाराष्ट्र के अहमदनगर ज़िले के कोपरगाँव के नगर पालिका स्कूल में एक प्राइमरी स्कूल टीचर हैं। उन्होंने बालभारती और एस.सी.ई.आर.टी., महाराष्ट्र के लिए पाठ्यपुस्तक लेखन और पाठ्यचर्या डिज़ाइन से जुड़ी कई समितियों में अपनी सेवाएँ प्रदान की हैं। वे महाराष्ट्र भर में शिक्षक शिक्षण के लिए एक स्टेट रिसोर्स पर्सन के तौर पर भी चुनी गई हैं।

आलोका कान्हेरे: एक गणित शिक्षाविशारद हैं, जो इन दिनों एक फ्रीलांसर के तौर पर काम कर रही हैं। अतीत में, वे होमी भाभा सेंटर फॉर साइंस एजुकेशन, मुम्बई और एकलव्य फाउंडेशन से भी जुड़ी रही हैं। सम्पर्क: aalokakanhere@gmail.com

अँग्रेज़ी से अनुवाद: अतुल वाधवानी: *संदर्भ* पत्रिका से सम्बद्ध हैं।

यह लेख *एट राइट एंगल्स* पत्रिका के अंक - जुलाई 2021 से साभार।