संख्याएं
कितनी बड़ी, कितनी छोटी

बिमल श्रीवास्तव

यदि किसी बच्चे से गिनती सुनाने को कहा जाए तो वह फर्राटे के साथ एक से लेकर सौ तक की गिनती सुना देगा क्योंकि उसे सौ तक की गिनती सिखाई गई है। फिर थोड़ा बड़ा होकर उसके आगे हज़ार तक की गिनती वह अपने आप ही सीख जाता है। किन्तु हज़ार से आगे की गिनती ना तो उसे सीखने की आश्यकता होती है और ना ही हम उसे सिखाने का प्रयास करते हैं।

जब बच्चा और बड़ा होता है तो वह धनी व्यक्तियों के बारे में सुनता है जो लखपति अथवा करोड़पति होते हैं। अर्थात जिनके पास लाख अथवा करोड़ रुपए होते हैं। उसे तब पता चलता है कि एक लाख का अर्थ है एक के आगे 5 शून्य तथा एक करोड़ का अर्थ है 1 के आगे 7 शून्य। फिर देश का बजट आता है जो अरब अथवा खरब (अर्थात 1 के आगे 9 शून्य और 11 शून्य) में होता है। अंग्रेजी माध्यम स्कूलों में मिलियन (या दस लाख), फिर बिलियन (हज़ार मिलियन अर्थात एक अरब) भी पढ़ते हैं। किन्तु इससे आगे की संख्या वहां सामान्यतः नहीं सिखाई जाती है तथा उनके लिए 100 बिलियन, या 1000 बिलियन (कभी-कभी ट्रिलियन अर्थात 1 के बाद 12 शून्य) भी कहा जाता है।

किन्तु हिन्दी माध्यम के स्कूल इस मामले में बहुत आगे हैं जहां अरब, खरब के बाद नील (1 के बाद 13 शून्य), पद्म (1 के बाद 15 शून्य) तथा शंख (1 के बाद 17 शून्य) और यहां तक कि महाशंख (1 के बाद 19 शून्य) तक भी सिखा दिए जाते हैं। सामान्य जीवन में इनके बाद की गिनती को तो केवल कल्पना की दुनिया ही माना जा सकता है और आगे की गिनती कोई नहीं सीखता है। किन्तु वैज्ञानिक क्षेत्रों में यहां गिनतियों का अन्त नहीं हो जाता है।

आज के युग में जब विज्ञान इतनी ऊंचाई पर पहुंच चुका है तो वैज्ञानिकों का काम अरब, खरब, नील, पद्म, शंख और महाशंख अथवा बिलियन, ट्रिलियन से नहीं चलता है बल्कि उससे आगे की गिनतियों को भी सीखने की आवश्यकता पड़ सकती है।

बड़ी संख्याएं

अंग्रेजी में बड़ी तथा छोटी संख्याओं के लिए वैज्ञानिक शब्द हैं। इनमें से कुछ तो परिचित ही हैं। उदाहरण के लिए डेसी, सेंटी, मिली, माइक्रो, डेका, किलो आदि। जैसे डेसीग्राम (1/10 ग्राम), सेंटीमीटर (1/100 मीटर), मिलीग्राम (1/1000 ग्राम), माइक्रोमीटर (10^{-6} मीटर), डेकाग्राम (10 ग्राम), किलोमीटर (1000 मीटर) आदि।

बड़ी संख्या के शब्दों की श्रृंखला में किलो के बाद भी कई शब्द हैं। जैसे मेगा (10^6), गीगा (10^9), टेरा (10^{12}) आदि। इसी क्षेत्र में ऐसे कुछ और शब्द हैं पेटा (10^{15}), एक्सा (10^{18}) आदि।

वैसे यह भी विदित है कि इन संख्याओं को लिखते-बोलते समय प्रायः हम पारम्परिक शब्दों का उपयोग करना ही पसन्द करते हैं। जैसे हम दिल्ली से बंगलौर की दूरी 2000 किलोमीटर ही कहना चाहेंगे, 2 मेगामीटर नहीं। किन्तु समय के साथ इन परम्पराओं में भी सम्भवतः परिवर्तन आ सकता है।

किन्तु कुछ शब्द ऐसे हैं जो अधिक प्रचिलत नहीं है। जैसे ज़ेटा (zetta, 1 के बाद 21 शून्य), योटा (yotta, 1

के बाद 24 शून्य), जेना (xenna, 1 के बाद 27 शून्य), वेन्डेका (vendeka, 1 के बाद 33 शून्य) गूगल (googol, 1 के बाद 100 शून्य) इत्यादि। अब प्रश्न उठता है कि महाविशाल तथा अति सूक्ष्म संख्याओं का प्रयोजन क्या है। वास्तव में वैज्ञानिक क्षेत्रों में इन सभी संख्याओं का अस्तित्व है। यद्यपि ये नाममात्र के लिए ही प्रयोग में लाई जाती हैं, किन्तु कभी-कभी आवश्यकता पड़ ही जाती है। विशेष तौर पर लिखित भाषा में बजाय 10^{24} लिखने से 1 योटा लिखना अधिक सरल है।

उदाहरण के लिए इस समय अर्थात वर्ष 2003 में सम्पूर्ण विश्व की जनसंख्या 6 अरब से अधिक (अर्थात 10 के बाद 9 शून्य अथवा केवल 10^9) है, जो काफी बड़ी संख्या मानी जाती है। ज़ाहिर है कि 10^9 कहने पर यह संख्या हमें उतनी बड़ी नहीं लगती है जितनी 6 अरब कहने पर। किन्तु कुछ ऐसी संख्याएं है जो वास्तव में बड़ी हैं।

जैसे इस ब्रह्माण्ड में अनेक निहारिकाएं हैं जो एक खरब प्रकाश वर्ष से भी अधिक दूरी पर स्थित हैं। यदि इसे मीटर में प्रदर्शित किया जाए तो यह दूरी लगभग 10 योटा मीटर (1 के बाद 25 शून्य) आती है। उदाहरण के लिए एंड्रोमेडा नामक निहारिका लगभग 20 ज़ेटा मीटर (अर्थात 2 के बाद 22 शून्य) की दूरी पर स्थिति है। ब्रह्माण्ड की अब तक की सबसे अधिक दूरी की वस्तु जो भौतिक साधनों द्वारा देखी जा सकती है लगभग 125 योटामीटर (1.25 के बाद छब्बीस शून्य) दूर है। प्रकाश की गति 1 सेकेंड में तीन लाख किलोमीटर है और यह दूरी प्रकाश 13.2 अरब वर्ष में पूरी करता है।

यदि सम्पूर्ण पृथ्वी की मात्रा निकाली जाए तो लगभग 6 योटा किलोग्राम अथवा 6000 योटा ग्राम (6 के बाद सत्ताइस शून्य) है। यदि संसार में स्थित सारे पुस्तकालयों की पुस्तकों में लिखे हुए शब्दों के अक्षरों को गिना जाए तो गिनती केवल एक ज़ेटा (1 के बाद 21 शून्य) आएगी। इसे यदि हम हिन्दी में प्रदर्शित करें तो 10,000 शंख अक्षर लिखे हुए पाए जाएंगे। एक गणना के अनुसार यदि अंग्रेजी भाषा के सभी 26 अक्षरों के विभिन्न क्रम मिलाकर सार्थक तथा निरर्थक शब्द बनाए जाएं तो कुल मिलाकर 403 योटा (4 के बाद 26 शून्य) से भी अधिक शब्द बन जाएंगे।

किन्तु संख्याएं यही समाप्त नहीं होती हैं। इसके आगे भी हैं। यदि हम परमाणु के सबसे छोटे कण की तुलना सम्पूर्ण ब्रह्माण्ड के आकार के करें तो यह अनुपात 10^{51} आता है। और अब से लगभग 2000 वर्ष पूर्व प्रसिद्ध वैज्ञानिक आर्कमिडीज़ ने भी अनुमान लगाया था कि सम्पूर्ण ब्रह्माण्ड में कणों की संख्या 10^{51} (एक के बाद 51 शून्य) है। इस शताब्दी के आरंभ में प्रसिद्ध वैज्ञानिक आर्थर एडिंग्टन ने गणना करके बताया था कि सम्पूर्ण ब्रह्माण्ड में परमाणु से भी छोटे कणों की संख्या 10^{80} (एक के बाद 80 शून्य) है।

और भी बड़ी संख्याएं

अब यदि हम अपने विचारों को और आगे बढ़ाएं, तो और भी बड़ी संख्याओं की कल्पना की जा सकती है।

सबसे पहले तो गूगल का नाम आता है, जो एक के बाद 100 शून्य अर्थात 10^{100} के बराबर होती है। गूगल से भी बड़ी संख्या के रूप में गणितज्ञों ने सबसे बड़ी रूढ़ संख्या (प्राइम नम्बर) का पता लगाया है। वह लगभग इतनी बड़ी है जितनी 1 के बाद 65,000 शून्य लगाने पर आती है (अर्थात 10^{65000})।

अब यदि एक असम्भव सी बात की संभावना का पता लगाया जाए तो और भी बड़ी संख्याएं सोची जा सकती हैं। उदाहरण के लिए इस बात की क्या संभावना है कि एक चिम्पैंज़ी टाइपिंग सीख कर शेक्सपीयर की सारी रचनाएं टाइप कर देगा। वैज्ञानिकों ने गणना करके बताया है कि इसकी संभावना एक के बाद एक लाख शून्य में एक है ($1:10^{1,00,000}$)।

इसके बाद की बड़ी संख्या गूगलप्लेक्स कहलाती है। यह संख्या दस गूगल के बराबर है। गणितज्ञों का अनुमान है कि शतरंज के खेल को करीब एक गूगलप्लेक्स तरीकों से खेला जा सकता है।

गणित की एक विशिष्ट शाखा होती है जो नम्बर थ्योरी कहलाती है। इसके अंतर्गत एक संख्या की कल्पना की जाती है जिसे स्कीवीज़ नम्बर कहते हैं। मस्तिष्क को चकरा देने वाली यह संख्या इतनी बड़ी है कि इसे सरल

शब्दों में लिख पाना संभव नहीं है. फिर भी इसे 10/10/10/34 लिखा जा सकता है, जबकि 10/10 का अर्थ है 10^{10}। यानी यह संख्या हुई

$$10^{10^{10^{34}}}$$

परंतु एक अन्य विशालतम संख्या की कल्पना कर ली गई है जिसे ग्राहम संख्या कहते हैं। इसका उपयोग रैमज़े थ्योरी के अंतर्गत किया जाता है। यह संख्या इतना बड़ी है कि आजकल की भाषा में लिखना शायद ब्रह्मा ही के लिए संभव हो। हो सकता है इसके लिए गणित की किसी नई शाखा का ही आविष्कार करना पड़ जाए। फिलहाल इसे ऐसे समझा जा सकता है कि यदि सम्पूर्ण ब्रह्माण्ड को कागज़ में परिवर्तित कर दिया जाए, और फिर ग्राहम संख्या को लिखना आरंभ करें तो सारा कागज़ समाप्त हो जाने के बाद भी संख्या पूरी तरह से नहीं लिखी जा सकेगी।

छोटी संख्याएं

इतनी बड़ी-बड़ी संख्याओं की बात करते-करते अब ज़रा सूक्ष्म संख्याओं की तरफ गौर किया जाए। वैसे तो बहुत छोटी संख्याएं भी लिखी गई हैं किन्तु इनकी कुछ सीमाएं हैं। दूसरे शब्दों में छोटी संख्याएं उतनी छोटी नहीं हो सकती हैं जितनी बड़ी संख्याएं बड़ी हो सकती हैं।

वैज्ञानिक भाषा में छोटी संख्याओं के लिए डेसी (1/10), सेंटी (1/100), मिली (1/1000) तथा माइक्रो (10^{-6}) के बाद नैनो (10^{-9}) तथा पीको (10^{-12}) वगैरह शब्द प्रचलित हैं।

वैसे अंग्रेजी भाषा में इनके अलावा और भी ऐसे शब्द हैं जो उतने प्रचलित नहीं हैं किन्तु गणितज्ञों तथा वैज्ञानिकों द्वारा प्रयुक्त होते हैं। जैसे टेम्टो (temto 10^{-15}), एट्टो (atto 10^{-16}), ज़ेप्टो (zepto 10^{-21}), योक्टो (yocto 10^{-24}), ज़ेनो (xenno 10^{-27}), तथा वेन्डेको (vendeko 10^{-33}) प्रयुक्त किए जाते हैं।

उदाहरण के लिए परमाणु की मात्रा 1.66×10^{-27} किलोग्राम अथवा 1.66 योक्टोग्राम होती है। एक इलेक्ट्रॉन वोल्ट 1.6×10^{-19} जूल) है। बोल्ट्ज़मेंस एन्ट्रापी स्थिरांक का मान 1.4×10^{-23} जूल प्रति कैल्विन अथवा 14 योक्टोजूल प्रति कैल्विन है तथा प्लैंक स्थिरांक का मान 6.62×10^{-34} जूल सेकेण्ड अथवा 0.662 वेन्डेको जूल सेकेण्ड होता है। इसी प्रकार इलेक्ट्रॉन का अर्धव्यास 2.8×10^{-15} किलोमीटर अथवा 0.91 ज़ेनोमीटर होता है। अब यह बात दूसरी है कि छोटी संख्याओं के लिए वैज्ञानिकों ने गूगल तथा गूगलप्लेक्स के समतुल्य शब्दों की खोज नहीं की है।

इस प्रकार संख्याओं की दुनिया अद्भुत है जिन्हें समझने और जानने के लिए किसी गणितज्ञ की सहायता लेनी पड़ सकती है। *(स्रोत फीचर्स)*

अगले अंक में

स्रोत सितंबर 2003
अंक 177

- नदियों को जोड़ने की विनाशकारी मरीचिका
- मानव उत्पत्ति की गुत्थी सुलझी
- भारत में जैव टेक्नॉलॉजी
- बिना विमान उड़ने का मज़ा
- सेहत पर पारे का असर